

NOME COMPLETO DO(A) ALUNO(A) - _____

INSTRUÇÕES:

1. A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos. Você só poderá deixar a sala 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a juntamente com o cartão-resposta preenchido ao aplicador.
2. Não é permitido:
 - usar instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta;
 - comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;
 - usar quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, tablets, relógios com calculadora etc.).
 O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.
3. Esta prova contém 20 problemas. Os problemas têm pesos diferentes:

Problemas	Pontuação individual	Pontuação total	Problemas	Pontuação individual	Pontuação total
01 a 05	01	5	11 a 15	05	25
06 a 10	03	15	16 a 20	07	35

4. Cada problema tem cinco alternativas de resposta: **A**, **B**, **C**, **D** e **E**. **Apenas uma** das alternativas é correta.
5. **Respostas incorretas, rasuradas ou com múltiplas opções assinaladas sofrerão uma penalidade correspondente à perda de 25% do valor atribuído ao problema. No cálculo da pontuação final, serão considerados tanto os pesos das questões quanto as eventuais penalizações aplicadas.**
6. A fim de evitar pontuações negativas a nota final será acrescida em 20 pontos.
7. A pontuação final máxima da prova, levando em conta os pesos atribuídos às questões corretas e as penalidades por respostas erradas, equivale a 100 pontos.

REALIZAÇÃO:



TME²

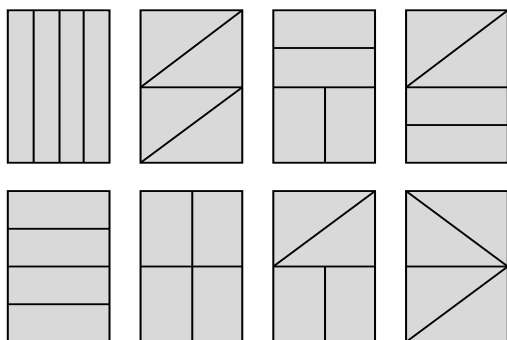
1ª Fase – Prova Objetiva



Problemas de 01 Ponto

Problema 01

Cada figura abaixo representa um retângulo que foi dividido em partes. Dizemos que um retângulo está dividido em **quartos** quando ele é repartido em quatro partes **iguais com respeito à área**, isto é, quando o retângulo é repartido em quatro partes de áreas iguais.



Em quantos dos retângulos apresentados é possível justificar que estão divididos em **quartos**?

- A** 4 **B** 5 **C** 6 **D** 7 **E** 8

Problema 02

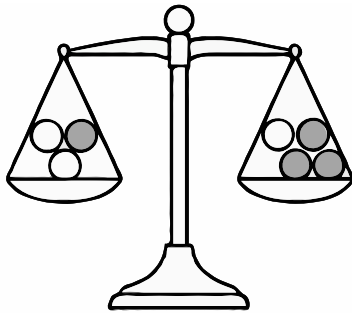
Lucas estava dobrando uma folha de papel. A cada dobra, ele dobrava a folha ao meio, formando o dobro de camadas. Após fazer 1 dobra, a folha ficou com 2 camadas. Após 2 dobras, ficou com 4 camadas.

Se ele repetir esse processo, dobrando sempre ao meio, quantas camadas terá a folha após 5 dobras?

- A** 64
B 32
C 16
D 10
E 8

Problema 03

Em uma balança de dois pratos, colocaram-se duas bolas brancas e uma bola cinza de um lado, e uma bola branca e três bolas cinza do outro. A balança está em equilíbrio, como mostra a figura.



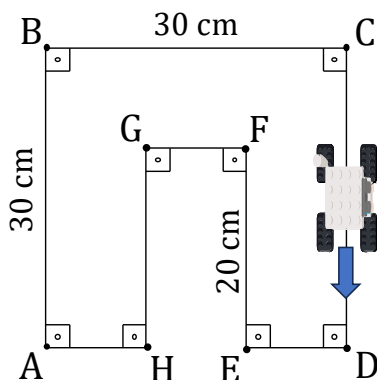
Sabendo que todas as bolas brancas têm o mesmo peso, e todas as bolas cinzas também têm o mesmo peso entre si, qual é a relação entre os pesos da bola branca (B) e da bola cinza (C)?

- A** $B = C$
- B** $C = 2B$
- C** $B = 2C$
- D** $B = 3C$
- E** $B = C + 1$

Problema 04

A professora de Robótica está testando um protótipo de carrinho que se movimenta de acordo com a seguinte programação:

O carrinho parte do ponto A, deslocando-se em linha reta 30 cm até o ponto B. Em seguida, realiza uma rotação de 90 graus para a direita e percorre mais 30 cm até o ponto C. Ao chegar em C, faz uma nova curva de 90 graus para a direita e continua seu movimento em linha reta, realizando curvas de 90 graus nos pontos D, E, F, G e H, até finalmente retornar ao ponto A, conforme mostra a figura.



Qual foi a distância total percorrida pelo carrinho?

- A** 160

- B** 150
- C** 140
- D** 130
- E** 120

Problema 05

Pedro utiliza 2,5 kg de farinha de trigo para fazer 30 pães. No entanto, uma alteração na receita exige que a quantidade de farinha utilizada para produzir essa mesma quantidade de pães seja aumentada em 20%.

Com base nessa nova receita, quantos quilogramas de farinha Pedro deverá utilizar para produzir 36 pães?

- A** 2,5 kg
- B** 3,1 kg
- C** 3,4 kg
- D** 3,5 kg
- E** 3,6 kg

Problemas de 03 Pontos**Problema 06**

Júlia escreveu um número de dois algarismos. Artur inseriu um zero entre os dois algarismos desse número, formando um novo número de três algarismos.

Surpreendentemente, o novo número é exatamente igual a nove vezes o número original.

Qual foi o número escrito por Júlia?

- A** 36
- B** 40
- C** 45
- D** 54
- E** 90

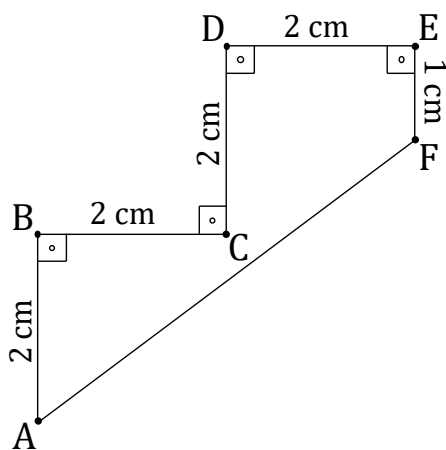
Problema 07

Determine a maior raiz real da equação $\frac{(5x+2)^2}{x^2} = 1$, considerando que $x \neq 0$.

- A -2
- B $-1/2$
- C $-1/3$
- D $1/3$
- E 2

Problema 08

Observe a figura abaixo, que representa uma sequência de segmentos de reta formando ângulos retos.



Qual é a medida, em centímetros, do segmento \overline{AF} ?

- A 4,0
- B 4,5
- C 5,0
- D 5,5
- E 6,0

Problema 09

Um robô danificado, chamado R-2, só consegue utilizar os algarismos 1, 2, 3, 4 e 5. Ainda assim, ele consegue escrever números de 5 algarismos.

Quantos desses números de 5 algarismos ele pode formar contendo exatamente dois algarismos 3, que estejam separados por exatamente um algarismo par (2 ou 4)?

- A 48
- B 60

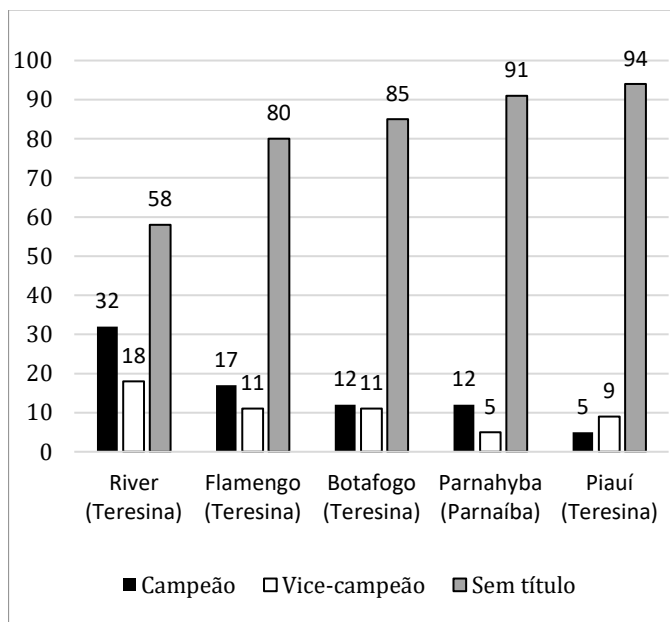
- C 64
- D 96
- E 128

Problema 10

O gráfico apresenta informações sobre cinco clubes de futebol do Estado do Piauí, referentes à participação deles na primeira divisão do campeonato estadual, até o ano de 2024.

O gráfico também indica os resultados obtidos por esses clubes em cada edição do campeonato, com as seguintes considerações:

- considera-se que um clube chegou à final se foi campeão ou vice-campeão;
- quando um clube não chega à final ou **não participa de determinada edição**, dizemos que ficou sem título naquele ano.



Disponível em: www.campeoesdofutebol.com.br/piaui.html

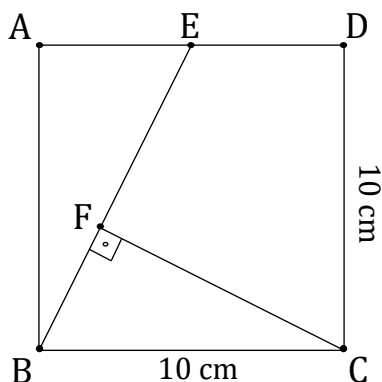
Com base nas informações do gráfico e nas considerações acima, quantos campeonatos estaduais da primeira divisão foram disputados até o ano de 2024?

- A 132
- B 108
- C 78
- D 54
- E 50

Problemas de 05 Pontos

Problema 11

O quadrado ABCD de lado 10 cm foi dividido em dois triângulos retângulos e um quadrilátero.



Sendo E o ponto médio do lado AD, a área do quadrilátero CDEF, em cm^2 , equivale a:

- A $10\sqrt{5}$.
- B $20\sqrt{5}$.
- C 45.
- D 55.
- E $25\sqrt{5}$.

Problema 12

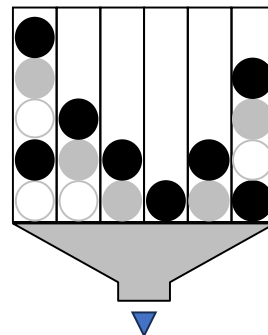
Cinco objetos com pesos inteiros e distintos foram colocados em uma caixa. A média aritmética dos pesos é 8 kg.

Sabendo que o objeto mais pesado pesa 14 kg, qual é o maior valor possível que pode ter o objeto mais leve?

- A 5
- B 4
- C 2
- D 1
- E 0

Problema 13

Uma máquina (figura) possui 6 compartimentos, cada um com algumas bolas empilhadas verticalmente (a de baixo sai primeiro). Cada bola é preta, branca ou cinza.



Ao apertar um botão, a máquina escolhe aleatoriamente um compartimento e libera a bola mais inferior disponível.

Qual é o menor número de toques no botão que garante que uma bola preta caia, independentemente da ordem aleatória de saídas?

- A 1
- B 2
- C 3
- D 5
- E 6

Problema 14

Um cadeado digital possui uma combinação secreta de três dígitos diferentes. As tentativas a seguir foram feitas para descobrir a combinação correta. Cada linha indica uma tentativa e a dica recebida após inseri-la.

Dicas:

- "Correto e bem-posicionado": o dígito está na combinação e na posição certa.
- "Correto, mas mal posicionado": o dígito está na combinação, mas na posição errada.
- "Incorreto": o dígito não faz parte da combinação.

Tentativa Resposta

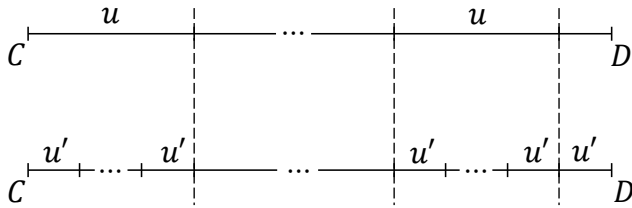
- (1) 1 - 2 - 7 Um dígito está correto e bem-posicionado
- (2) 2 - 9 - 1 Dois dígitos corretos, mas mal posicionados
- (3) 4 - 9 - 7 Dois dígitos corretos, mas mal posicionados
- (4) 8 - 1 - 7 Nada está correto

Com base nas tentativas acima, qual é a **única** combinação correta para abrir o cadeado?

- A 9 - 2 - 4
- B 2 - 9 - 4
- C 4 - 2 - 9
- D 9 - 3 - 4
- E 9 - 2 - 7

Problema 15

Considere os segmentos \overline{CD} , u e u' , conforme ilustrado na imagem.



Veja que \overline{CD} não pode ser medido com uma quantidade inteira da unidade u , mas pode ser medido com u' . Isto é:

1. O segmento u pode ser dividido em m partes iguais de comprimento u' , ou seja, $u = m \cdot u'$.
2. O segmento total \overline{CD} está subdividido por n pedaços iguais a u' , ou seja, $\overline{CD} = n \cdot u'$.

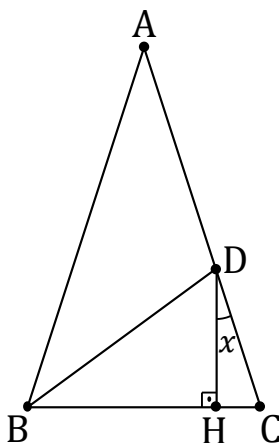
Com isso, é correto afirmar que:

- A** $\overline{CD} = \frac{n}{m} \cdot u$
B $\overline{CD} = \frac{m}{n} \cdot u$
C $\overline{CD} = \frac{n}{m} \cdot u'$
D $\overline{CD} = \frac{m}{n} \cdot u'$
E $\overline{CD} = (m \cdot n) \cdot u$

Problemas de 07 Pontos

Problema 16

Na figura plana a seguir, os triângulos ABC, BCD e DAB são isósceles de bases \overline{BC} , \overline{CD} e \overline{AB} , respectivamente. O ponto D pertence ao lado \overline{AC} , e o segmento \overline{DH} é perpendicular a \overline{BC} , caracterizando uma altura do triângulo BCD.



Sabendo disso, determine a medida do ângulo x .

- A** 9°

- B** 18°
C 27°
D 36°
E 45°

Problema 17

Sofia e Isabele jogam da seguinte forma: sorteia-se um número inteiro de 1 até 100, e depois elas se alternam dizendo divisores positivos desse número, sem repetições. Quem disser o último divisor disponível vence a rodada.

Por exemplo, se o número sorteado for 20 (que tem 6 divisores), e Sofia começar, Isabele vence, pois será a sexta a jogar.

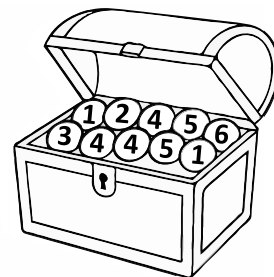
Dado: Probabilidade é a chance de um evento acontecer. Ela pode ser calculada dividindo o número de casos favoráveis pelo número total de casos possíveis.

Sabendo que Sofia sempre começa as partidas, qual a chance de ela ganhar na primeira rodada?

- A** $1/2$
B $1/5$
C $1/9$
D $1/10$
E $2/25$

Problema 18

João ganhou um baú com moedas antigas numeradas de 1 a 6. Pode haver repetições, mas o baú contém pelo menos uma moeda de cada número. Ele percebe que, ao escolher qualquer par de moedas, sempre existe outro par de moedas no baú cuja soma é igual à do par escolhido.

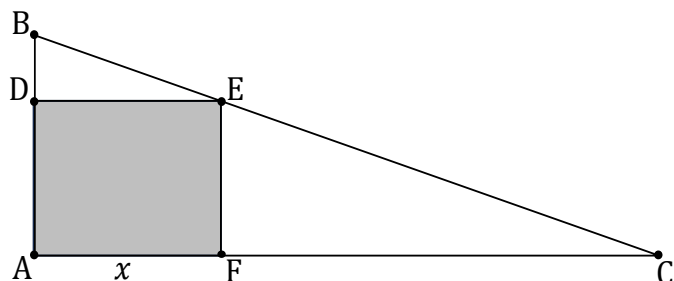


Qual é o menor número de moedas no baú que garante essa propriedade?

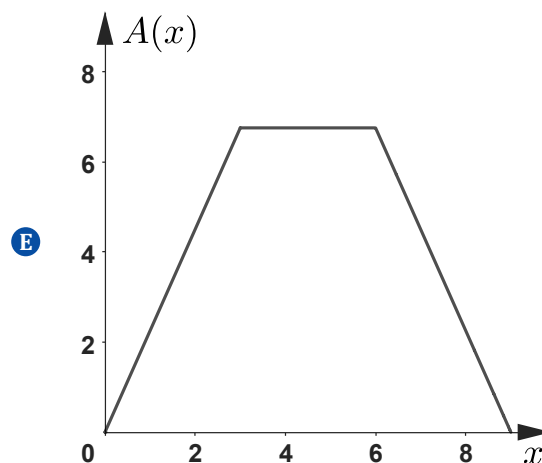
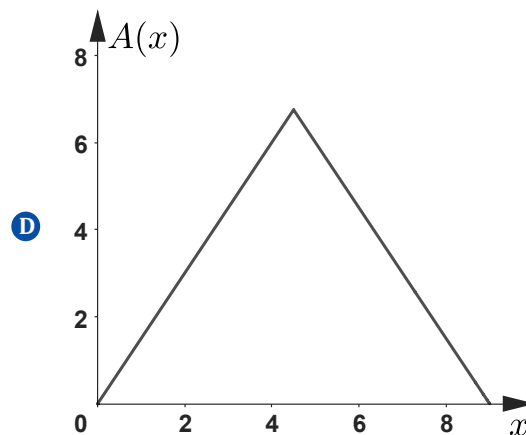
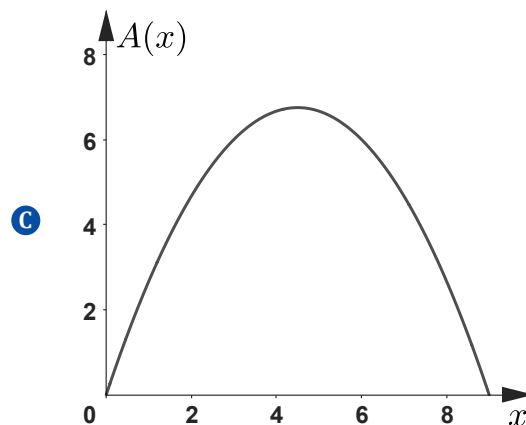
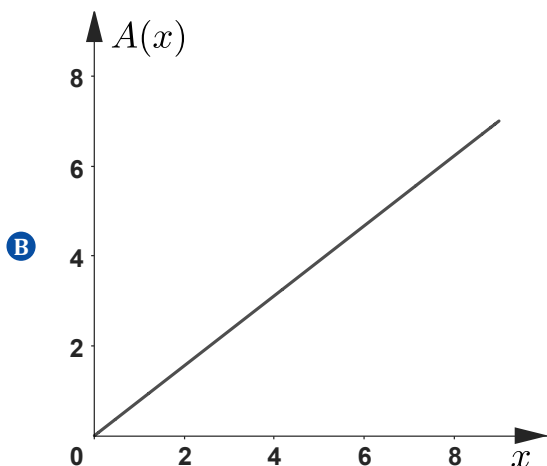
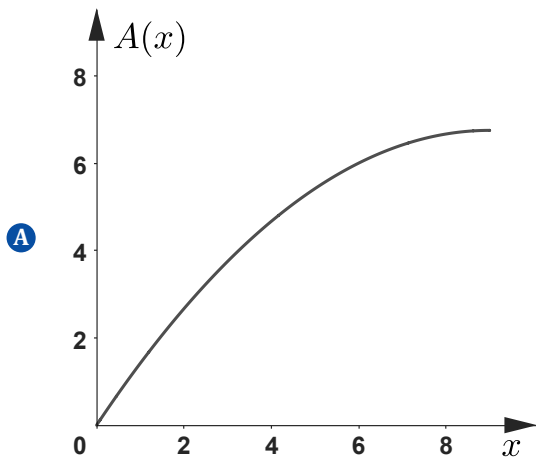
- A** 9
B 10
C 12
D 14
E 15

Problema 19

Seja ABC um triângulo retângulo em A com \overline{AB} medindo 3 cm e \overline{AC} medindo 9 cm. Seja F um ponto pertencente ao lado \overline{AC} tal que \overline{AF} mede x , com $0 \leq x \leq 9$. Seja E um ponto pertencente ao lado \overline{BC} tal que \overline{EF} é paralelo ao lado \overline{AB} . Seja D um ponto pertencente ao lado \overline{AB} tal que \overline{DE} é paralelo ao lado \overline{AC} .



Qual é o gráfico que melhor representa a variação da área $A(x)$ do quadrilátero $ADEF$ em função da medida x ?



Problema 20

Letícia vai pintar um muro dividido em 5 faixas horizontais, utilizando três cores: azul, vermelha e branca. Ela quer garantir que, em toda sequência de três faixas consecutivas, pelo menos uma delas esteja pintada de azul.

De quantas maneiras distintas Letícia pode pintar o muro, respeitando essa condição?

- A** 54
- B** 81
- C** 96
- D** 108
- E** 123