TME²

4º TORNEIO DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS ESTADUAIS DO PIAUÍ

3ª Fase Classificatória

Ensino Médio

08 de outubro de 2026

QUADRO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO:

ESTUDANTE:

GRE:

MUNICÍPIO:

ESCOLA:

_____

Assinatura do(a) Estudante

INSTRUÇÕES:

1. Confira atentamente as suas informações contidas no QUADRO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO. Caso identifique qualquer problema ou inconsistência, comunique imediatamente ao professor ou ao responsável pela aplicação do exame.
2. A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos. Você só poderá deixar a sala 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
3. Não é permitido:
   - usar instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta;
   - comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;
   - usar quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, tablets, relógios com calculadora etc.).

O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.

4. Esta prova é discursiva e contêm 05 problemas, com 20 pontos cada, totalizando 100 pontos.
5. A solução de cada problema deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível.
6. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todos os problemas.
7. **Respostas sem justificativa não serão consideradas na correção.**
8. Os problemas podem ser respondidos a lápis ou a caneta, de forma legível.
9. Não se esqueça de assinar no local indicado no QUADRO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO.

Boa prova!

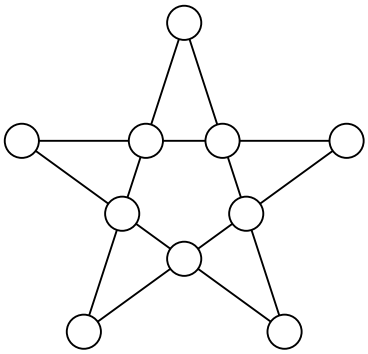
REALIZAÇÃO:

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO – SEDUC

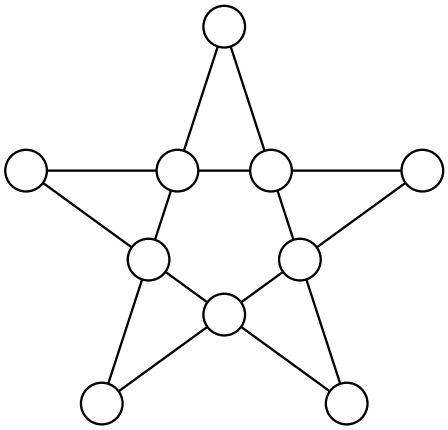
GOVERNO DO ESTADO DO PIAUÍ

Problema 1

Desejamos escrever os inteiros de 1 a 10 nas casas do desenho abaixo de tal forma que quaisquer quatro números alinhados aparecem em ordem crescente ou decrescente.



a) (6 pontos) Mostre uma maneira de dispor os números respeitando estas condições.

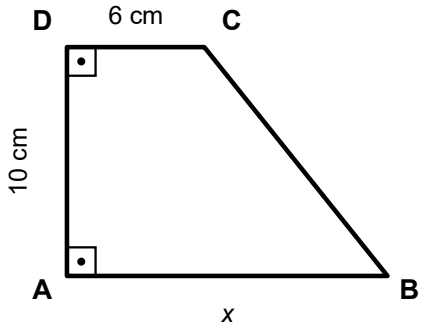


b) (8 pontos) Quais números podem aparecer nas pontas da estrela?

c) (6 pontos) Quais números podem aparecer nas outras cinco posições?

Problema 2

Considere um trapézio retângulo ABCD, com ângulos retos nos vértices A e D. Sabe-se que a altura AD mede 10 cm e a base menor CD mede 6 cm. A base maior AB possui uma medida variável x, tal que $x > 6$ cm.



Com base nessas informações,

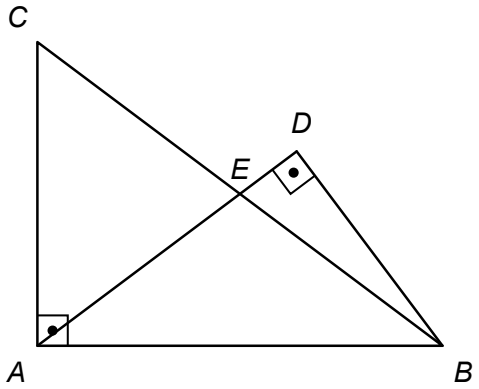
a) (6 pontos) Calcule a área da região trapezoidal ABCD quando a base maior x for igual a 14 cm.

b) (7 pontos) Escreva a lei de formação da função $A(x)$, que expressa a área do trapézio ABCD em função da medida x da base maior. Em seguida, determine o valor de x para que a área desse trapézio seja exatamente igual a 120 cm^2.

c) (7 pontos) Considerando o trapézio formado com a área de 120 cm^2, calcule a medida do lado oblíquo BC.

Problema 3

Na figura, os triângulos ABC e ABD são retângulos em A e D, respectivamente. O ponto E é a interseção dos segmentos AD e BC. Sabe-se que $AC = 15$ cm, $AD = 16$ cm e $BD = 12$ cm.



(a) (5 pontos) Determine o comprimento de AB.

(b) (8 pontos) Mostre que E é o ponto médio de BC.

(c) (7 pontos) Determine a área do triângulo ABE.

Problema 4

O quadrado da Figura I é chamado *especial* porque:

1. ele está dividido em 16 quadradinhos iguais;
2. em cada linha e em cada coluna aparecem, uma única vez, as letras a, b, c e d;
3. em cada um dos quatro blocos 2 × 2, indicados por A, B, C e D na Figura II, também aparecem, uma única vez, as letras a, b, c e d.

d	*b*	*a*	*c*
a	*c*	*b*	*d*
c	*a*	*d*	*b*
b	*d*	*c*	*a*

Figura I

A	*B*
C	*D*

Figura II = Blocos 2 x 2

a) (3 pontos) Complete o quadrado abaixo de modo que ele se torne especial.

	b		
c	*d*		
		a	
			b

b) (4 pontos) É possível completar o quadrado abaixo de modo a obter um quadrado especial? Por quê?

a	*b*		
c	*d*		
			b
			a

c) (6 pontos) Exiba todas as maneiras de completar o quadrado abaixo de modo a obter um quadrado especial.

a	b		
c	d		
			a

d) (7 pontos) Quantos quadrados especiais existem?

Problema 5

Para um inteiro positivo n, denote por $S(n)$ a soma de seus algarismos. Dizemos que n é **supersticioso** quando

$$n = 19 \cdot S(n).$$

Por exemplo, 399 é supersticioso, pois

$$S(399) = 3 + 9 + 9 = 21$$

e

$$19 \cdot 21 = 399.$$

(a) (7 pontos) Mostre que nenhum número supersticioso pode ter quatro ou mais algarismos.

(b) (6 pontos) Se $\overline{abc}$ é um número supersticioso, mostre que seus algarismos satisfazem $b + 2c = 9a$.

(c) (7 pontos) Determine todos os números supersticiosos e calcule a soma deles.